Ministerul Educaţiei şi Cercetării

Olimpiada de Matematică
Etapa judeţeană şi a Municipiului Bucureşti
11 Martie 2006

CLASA A VII-A

Problema 1. Să se arate că pentru orice număr natural n, $n > 1$, numărul $\sqrt{11\ldots144\ldots4}$, unde 1 apare de n ori, iar 4 apare de $2n$ ori, este iraţional.

Problema 2. În triunghiul ABC avem $\angle ABC = 2 \cdot \angle ACB$. Să se arate că:
a) $AC^2 = AB^2 + AB \cdot BC$;
b) $AB + BC < 2 \cdot AC$.

Problema 3. O mulţime M de patru numere naturale se numeşte *legată*, dacă pentru orice element x din M cel puţin unul dintre numerele $x-1$, $x+1$ este în M. Fie U_n numărul de submulţimi *legate* ale mulţimii $\{1, 2, \ldots, n\}$.
a) Să se calculeze U_7;
b) Să se determine cel mai mic număr n pentru care $U_n \geq 2006$.

Problema 4. Considerăm ABC un triunghi isoscel cu $AB = AC$. Fie D mijocul laturii BC, M mijocul segmentului AD şi N piciorul perpendicularei din D pe BM. Să se arate că $\angle ANC = 90^o$.

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect este punctat cu 7 puncte